

Investigación



Speíra: la música como trayectorias en el espacio

Antonio Giménez Fréitez

Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado (UCLA)

antonio.gimenez@ucla.edu.ve

Barquisimeto, Venezuela

Licenciado en Música en el Instituto Universitario de Estudios Musicales-Caracas (IUDEM), Posgrado en Dirección de Orquesta (Conservatorio de Reims-Francia), Posgrado en Composición de Música para Cine (Escuela Normal de Música de Paris-Francia), Posgrado en Composición con Nuevas Tecnologías (Universidad Pompeu Fabra-España). Profesor del Decanato de Humanidades y Artes de la UCLA y director de la Orquesta de Cámara de la misma institución. Actualmente cursa el Doctorado en Música en la Pontificia Universidad Católica Argentina de Buenos Aires

Recibido: 01 de mayo de 2015 / Aprobado: 8 de diciembre de 2015

RESUMEN

Este proyecto compositivo trata de la creación de una obra musical para flauta sola basada en trayectorias en un plano cartesiano describiendo una espiral. Los procedimientos de composición planteados tienen una aproximación cuantitativa basada en un modelo de tipo algorítmico. El proceso compositivo viene dado por un conjunto de operaciones matemáticas donde finalmente el hecho sonoro sirve para traducir una estructura abstracta al espacio-tiempo real y poderla percibir auditivamente.

Palabras clave: Composición algorítmica , coordenadas cartesianas, Speíra, espirales.

ABSTRACT

Speíra: music as trajectories in space

This compositional project deals with the creation of a musical work for single flute based on trajectories in a Cartesian plane describing a spiral. The proposed composition procedures have a quantitative approximation based on an algorithmic type model. The compositional process is given by a set of mathematical operations where finally the sound fact serves to translate an abstract structure to the real space-time and to be able to perceive it auditively.

Keywords: Algorithmic composition, Cartesian coordinates, Speíra, spirals.

RÉSUMÉ

Speira: la musique comme trajectoires dans l'espace

Ce projet de composition est la création d'une œuvre musicale pour flûte solo, basé sur des trajectoires dans un plan cartésien décrivent un spirale. Le procédure de composition ont une approche quantitative basée sur un modèle algorithmique. Le processus de composition est donnée par un ensemble d'opérations mathématiques où finalement le fait sonore sert pour traduire une structure abstraite à l'espace-temps réel permettant la percevoir auditivement.

Mots-clés: composition algorithmique, coordonnées cartésiennes, Speira, spirales.

Introducción

Para la mayoría de los compositores, el hecho de crear música no implica escribir sobre la obra realizada, la reflexión escrita es un acto que no acompaña a muchos de ellos en sus vidas. Generalmente, el compositor deja el hecho creativo en una bruma, donde los procesos compositivos tienen un tinte casi mágico. La tarea de investigar y descubrir la factura de la obra es encomendada a otros ámbitos musicales como el análisis o la musicología, donde los especialistas harán cualquier tipo de especulación sobre las obras, muchas veces utilizando herramientas inadecuadas para tal fin.

En la actualidad, cuando la composición musical se estudia en las universidades, se comienza a sospechar de una correspondencia entre los enfoques de investigación y los procedimientos teóricos-compositivos. Este paralelismo no es casual ya que el hecho creativo es en sí mismo un hecho investigativo, pudiéndose abordar desde múltiples puntos de vista.

Ortiz de Zárate (2004) plantea que hay compositores que trabajan en función de materiales a moldear, como lo son Nono, Stockhausen o Lachenmann, pero hay otros que piensan la composición como procesos a desarrollar como Xenakis o Ferneyhough por ejemplo. Partiendo de esta afirmación, en la música clásica contemporánea se podrían reconocer dos tendencias generales de teorías compositivas: la cuantitativa y la cualitativa. La aproximación cuantitativa en una teoría compositiva, viene dada cuando se toma el sonido como un objeto al servicio de la representación estructural. En este pensamiento el sonido sirve para mostrar relaciones entre elementos, siendo más importante las relaciones estructurales que el sonido mismo. La música resultante es netamente representativa, llegando hasta un punto donde podemos encontrar un estructuralismo generativo y obsesivo, llegando a límites autómatas. Dentro de este enfoque la matemática y la informática juegan un papel decisivo, ya que la creación se manifiesta a través de procesos numéricos y posteriormente sonoros.

Como compositores generadores de teorías musicales de tendencia cuantitativa, tenemos a Ernst Krenek (*Music here and now*, 1939), Milton Babbitt (*The function of set structure in the twelve-tone system*, 1946), Lannis Xenakis (*Musiques formelles*, 1963) y Anatol Vieru (*Eléments d'une théorie générale des modes*, 1967), Pierre Boulez (*Puntos de referencia*, 1981), Robert Morris (*Composition with pitch-classes: a theory of compositional design*, 1987), Allen Forte (*The structure of atonal music*, 1974) y a toda la tendencia actualmente denominada Computer Music que trabaja con algoritmos a todo nivel creativo como Fractales, Caos, Autómatas celulares, Redes neuronales artificiales, Algoritmos genéticos, entre otros.

La aproximación cualitativa ocurre cuando se piensa el sonido directamente como el objeto de representación o de percepción, generando una estructura musical no calculada paramétricamente. En este pensamiento la obra emerge como una consecuencia de la interacción de los sonidos, lo contrario al enfoque cuantitativo donde la estructura es lo que se muestra, dejando al sonido como tal en un segundo plano.

Su antecedente más directo es la teoría del objeto musical de Pierre Schaeffer (*Traité des objets musicaux*, 1966), donde se piensa el sonido como un fenómeno abstracto que no depende de asociaciones con la fuente que lo produce o con contextos socio-culturales que afecten su percepción. Schaeffer (1966) comenta: "Por objeto sonoro nosotros designamos aquí el sonido mismo, considerado en su naturaleza sonora y no por el objeto material (instrumento o dispositivo cualquiera) del cual el proviene". (p 268)

Como representantes de esta tendencia están los compositores de la Escuela de Nueva York como John Cage y Morton Feldman, y en Alemania, Helmut Lachenmann, quien va más lejos en su enfoque compositivo, aplicando el planteamiento sociocrítico a su pensamiento musical. Lachenmann (1990) hace un análisis de la evolución de las estructuras musicales en la modernidad basada tácitamente en los postulados del materialismo dialectico.

Esta obra se inspira en la observación de las espirales y lleva como título *Speíra* que significa espiral en lengua griega. *Speíra* se desarrolla bajo procedimientos de tipo cuantitativo, usando un sistema de coordenadas cartesianas y operaciones algebraicas para su despliegue. El objetivo del este proyecto es componer una pieza musical que pueda traducir en sonidos las trayectorias de un espiral en un plano bidimensional.

El uso del sistema cartesiano en música es llamado "Cartesian music representation system", y fue patentado por Paolo Guardiani y su descripción es la siguiente:

A Cartesian music representation system is described, in which every music note is graphically represented as at least one point in a Cartesian reference system defined by at least two reference axes (X, Y); a music composition process using a Cartesian music representation system and a music processing and executing system using such process are also described. (Guardiani, 2006, p. 1)

La espiral de Arquímedes

Arquímedes fue un matemático que estudió por primera vez los espirales. Nació en la ciudad de Siracusa en la isla de Sicilia en 287 A.C., se cree que era el hijo de un astrónomo llamado Fidias. Escribió una obra llamada "Sobre espirales" (fig. 1), donde define un espiral: "Imagínese una línea que gira con velocidad angular constante alrededor de un extremo, manteniéndose siempre en un mismo plano, y un punto que se mueve a lo largo de la línea con velocidad lineal constante: ese punto describirá una espiral". Arquímedes expresa la espiral con la fórmula:

$$r=a\theta$$

donde r es la distancia al origen, a es una constante y θ el ángulo girado.

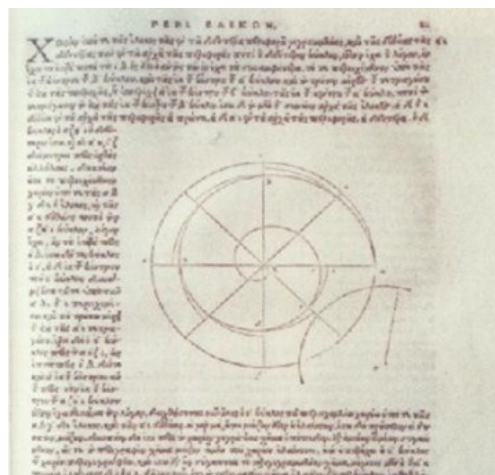


Fig 1

La espiral en el arte

El ser humano ha sentido fascinación por las espirales desde la pre-historia. Se han encontrado petroglifos que datan del Neolítico donde la espiral es un motivo frecuente. En la antigua Grecia, se representaban en el capitel de las columnas y en dibujos en vasijas. En las culturas pre-colombinas también se usaron espirales como el observatorio o Caracol de Chichenitzá. La arquitectura islámica levantó en lo que es la actual Irak una gran torre cónica en forma de espiral. En el Gótico y en el Barroco también se pueden observar la inclusión de espirales en la ornamentación de obras arquitectónicas. Pintores como Diego de Silva Velázquez (1599-1660, fig. 2), Rafael (1483-1520) y Leonardo da Vinci (1452-1519), usaron espirales para los cálculos de proporciones en sus obras.

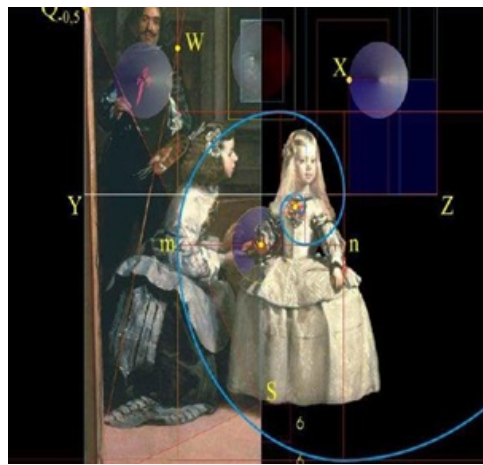


Fig. 2

Procedimiento de composición

La composición musical se puede ver como una secuencia de procesos o de "procesos dentro de procesos" aplicados a un material sonoro. Boulez (1989) comenta que "Todo lenguaje musical está basado sobre el cruce de diferentes sistemas: de alturas, de duraciones y de timbres, etc." (p.316) y adiciona que hay diversos procesos compositivos, con diversos grados de rigidez, que coexisten en el interior de una obra. En este caso, la estructura de alturas y duraciones de la obra es originada por una proyección de puntos en un plano cartesiano en forma de espiral.

Método: Construcción del espiral

El espiral utilizado en esta investigación fue generado por el enfrentamiento en un plano cartesiano de dos funciones, donde los valores de X y Y es una serie numérica de 1 a 161.

$$F(X) = (\sin X) * (X+1)$$

$$F(Y) = (\cos Y) * (Y+1)$$

El siguiente programa se implementó con el software PWGL para realizar el cálculo del espiral. (fig.3)

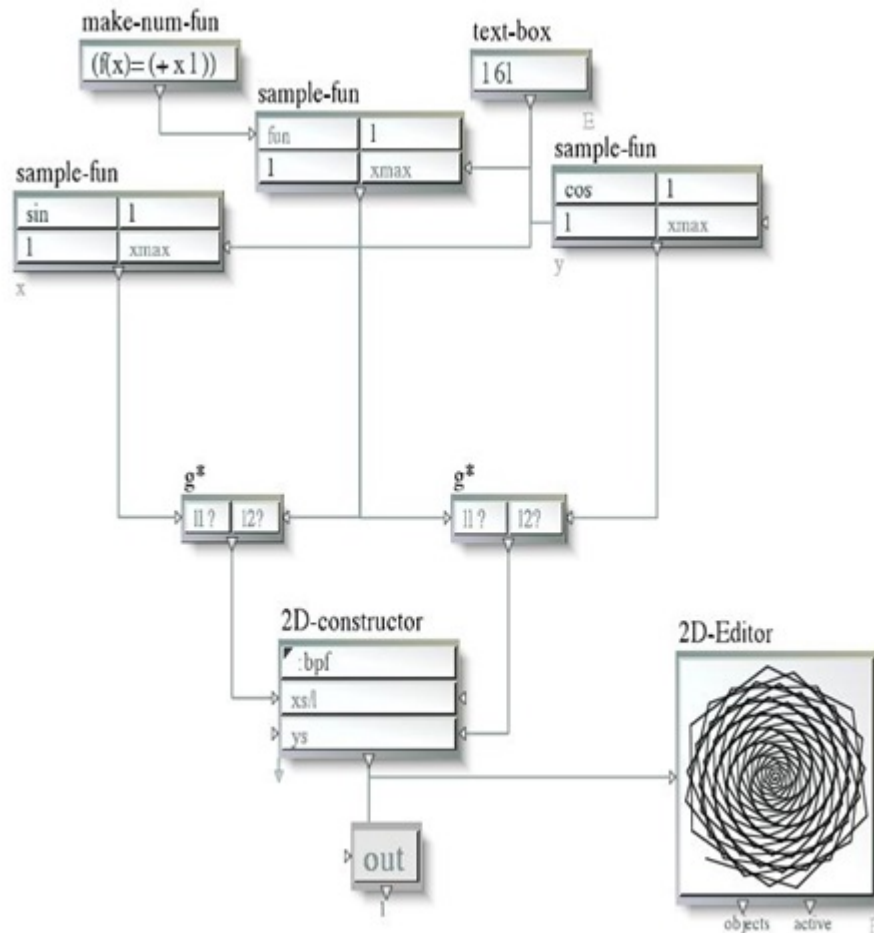


Fig. 3

Estas dos funciones dan el siguiente resultado (redondeados a dos decimales):

X= 1.68 2.73 0.56 -3.78 -5.75 -1.96 5.26 8.9 4.12 -5.98 -12.0 -6.98 5.88 14.86 10.4 -4.89
 -17.31 -14.27 3.0 19.17 18.41 -0.2 -20.31 -22.64 -3.44 20.59 26.78 7.86 -19.91 -30.63
 -12.93 18.2 34.0 18.52 -15.41 -36.7 -24.45 11.56 38.55 30.55 -6.66 -39.41 -36.6 0.8 39.14
 42.38 5.93 -37.64 -47.69 -13.38 34.85 52.29 21.38 -30.73 -55.99 -29.73 25.3 58.58 38.2
 -18.59 -59.9 -46.57 10.71 59.8 54.57 -1.78 -58.18 -61.96 -8.03 54.95 68.48 18.53 -50.08
 -73.89 -29.47 43.59 77.96 40.6 -35.53 -80.5 -51.65 26.0 81.34 62.32 -15.14 -80.34 -72.32
 3.15 77.41 81.35 9.75 -72.49 -89.14 -23.3 65.59 95.41 37.2 -56.76 -99.92 -51.14 46.11
 102.47 64.79 -33.77 -102.88 -77.8 19.96 101.02 89.84 -4.91 -96.83 -100.57 -11.08 90.27
 109.67 27.69 -81.38 -116.85 -44.57 70.25 121.86 61.34 -57.03 -124.46 -77.62 41.91
 124.5 93.01 -25.15 -121.84 -107.13 7.06 116.44 119.6 12.02 -108.29 -130.07 -31.7 97.45
 138.21 51.57 -84.05 -143.76 -71.2 68.29 146.48 90.14 -50.41 -146.2 -107.95 30.73 142.8
 124.19 -9.6 -136.24 -138.44 -12.57 126.54 150.32 35.33 -113.79

Y= 1.08 -1.25 -3.96 -3.27 1.7 6.72 6.03 -1.31 -9.11 -9.23 0.05 10.97 12.7 2.05 -12.16
 -16.28 -4.95 12.55 19.77 8.57 -12.05 -23.0 -12.79 10.6 25.77 17.47 -8.18 -27.92 -22.44
 4.78 29.27 27.53 -0.45 -29.7 -32.53 -4.73 29.09 37.25 10.67 -27.34 -41.47 -17.2 24.42
 44.99 24.16 -20.31 -47.63 -31.37 15.03 49.21 38.59 -8.64 -49.59 -45.61 1.24 48.63 52.19
 7.03 -46.26 -58.1 -16.0 42.43 63.1 25.47 -37.12 -66.98 -35.21 30.37 69.54 44.97 -22.25
 -70.61 -54.48 12.88 70.05 63.47 -2.42 -67.77 -71.68 -8.94 63.69 78.82 20.96 -57.8 -84.66
 -33.38 50.14 88.94 45.92 -40.77 -91.48 -58.26 29.84 92.1 70.1 -17.5 -90.66 -81.11 3.98
 87.09 90.98 10.46 -81.35 -99.42 -25.54 73.45 106.14 40.93 -63.47 -110.89 -56.28 51.52
 113.46 71.24 -37.79 -113.68 -85.44 22.51 111.42 98.52 -5.94 -106.61 -110.11 -11.6 99.25
 119.89 29.74 -89.38 -127.54 -48.12 77.12 132.81 66.31 -62.62 -135.47 -83.92 46.11
 135.34 100.51 -27.89 -132.3 -115.69 8.28 126.32 129.04 12.34 -117.38 -140.21 -33.56
 105.59 148.86 54.93 -91.07 -154.7 -76.0 74.05 157.5 96.28 -54.8 -157.08 -115.31.

Proyectando los datos en un plano se obtiene la figura siguiente:

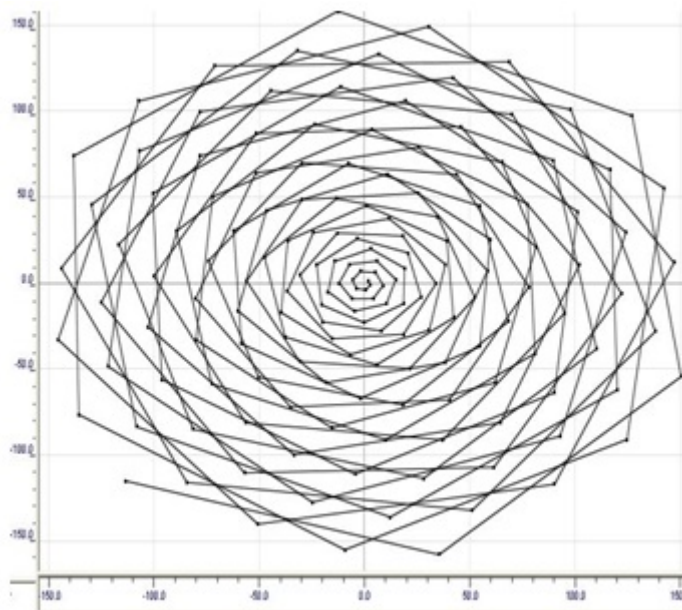


Fig. 4

La composición se basa en la transformación al plano musical de los valores de ambas secuencias numéricas obtenidas, con el objetivo de llevar dichas secuencias a un rango numérico conveniente para la obtención de una secuencia de alturas o de duraciones. Con el software PWGL se creó un patch para realizar los cálculos.

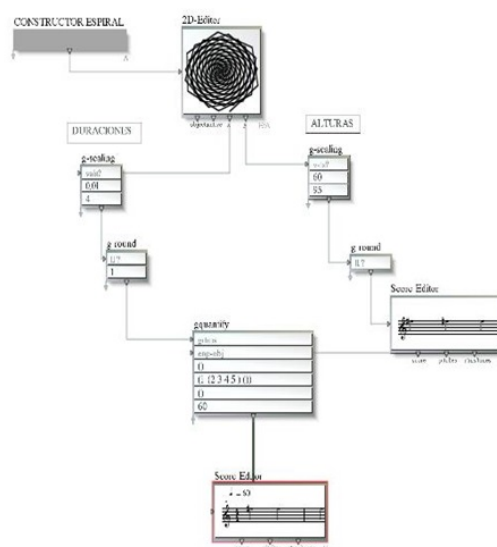


Fig. 5

Para las alturas se escaló la secuencia numérica de las coordenadas "Y" que utilizó originalmente escala del 1 al 161, en otra escala cuyos límites eran 60 y 95, que es el registro usado para la flauta (DO-4 y LA-6 respectivamente). Adicionalmente, a la secuencia numérica se le aplica un redondeo de número entero para obtener cifras compatibles con la notación MIDI.

Secuencia de alturas: (78 78 77 77 77 78 78 78 77 76 76 77 79 79 78 76 76 77 79 80 78 76 75 76 79 80 79 77 74 75 78 81 81 77 74 74 77 81 82 79 74 73 76 80 82 80 75 72 74 79 83 82 77 72 72 78 83 83 78 72 71 76 82 85 80 73 70 74 81 85 82 75 70 71 79 85 84 77 70 70 77 85 86 80 71 68 74 83 87 83 73 67 71 81 88 85 76 67 68 78 87 88 79 68 66 75 86 89 82 70 65 71 83 90 85 73 65 68 80 90 88 77 66 65 76 89 91 81 68 63 72 86 92 85 71 62 68 83 92 89 74 63 65 78 91 92 79 65 62 74 89 94 84 67 60 69 86 95 88 71 60).

Para las duraciones, se escaló la secuencia numérica correspondiente a las coordenadas "X" (que también utilizó la escala del 1 al 161), en otra escala cuyos límites fueron 0.1 y 4, tomando el 4 como la unidad rítmica representada por la figura musical "redonda".

Secuencia de duraciones: (2.0 2.0 2.0 2.0 1.9 1.9 1.9 2.0 2.1 2.0 1.9 1.8 1.9 2.0 2.2 2.1 1.9 1.7 1.8 2.0 2.2 2.2 2.0 1.7 1.7 1.9 2.2 2.3 2.1 1.7 1.6 1.8 2.2 2.4 2.2 1.8 1.5 1.6 2.1 2.5 2.4 1.9 1.4 1.5 2.0 2.5 2.5 2.0 1.5 1.3 1.8 2.4 2.7 2.3 1.6 1.2 1.6 2.3 2.8 2.5 1.7 1.2 1.3 2.1 2.8 2.7 1.9 1.2 1.1 1.9 2.7 2.9 2.2 1.3 1.0 1.6 2.6 3.0 2.5 1.5 0.9 1.3 2.3 3.1 2.8 1.8 0.9 1.0 2.0 3.0 3.1 2.1 1.0 0.8 1.6 2.8 3.3 2.5 1.2 0.6 1.3 2.6 3.3 2.8 1.5 0.6 0.9 2.2 3.3 3.2 1.9 0.7 0.6 1.8 3.2 3.5 2.3 0.9 0.4 1.4 2.9 3.6 2.8 1.2 0.3 0.9 2.5 3.6 3.2 1.6 0.3 0.5 2.1 3.5 3.6 2.1 0.5 0.2 1.5 3.3 3.8 2.7 0.8 0.0 1.0 2.9 4.0 3.2 1.3 0.0 0.5 2.4 3.9 3.7 1.8 0.1 0.1 1.8 3.7 4.0 2.4).

Traducción al ámbito musical

De estas dos listas independientes se juntan en hacen pares ordenados para unir las dos informaciones necesarias para asignar a cada elemento musical que son la altura (nota) y la duración (ritmo). Cada par ordenado se volcó en notación musical métrica mediante un objeto llamado “G-cuantify” en el software PWGL, pudiéndose también hacerse de forma manual.

El “0.0” se toma como un par vacío (ninguna duración), y como hubo dos “0.0” en la lista, hay dos pares ordenados incompletos. Por esta razón la última nota de la partitura es un 88 (E-6) y debería ser un 60 (C-4).

El proceso de sustitución de valores numéricos por notación musical se muestra en la siguiente tabla

Notación numérica	Notación musical
0.1	Apoyatura (nota corta de ornamentación)
0.2	Semicorchea de quintillo de semicorchea
0.25	Semicorchea
0.3	corchea de tresillo de corchea
0.4	corchea en un quintillo de semicorcheas
0.5	Corchea
0.6	corchea con puntillo en un quintillo de semicorcheas
0.7	negra en un tresillo de corcheas
0.8	negra en un quintillo de semicorcheas
0.9-1 (redondeo)	Negra
2	Blanca
4	Redonda

Tab. 1

De igual manera para las alturas (notación MIDI):

Notación numérica	Notación musical	Notación numérica	Notación musical	Notación numérica	Notación musical	Notación numérica	Notación musical
60	Do (4)*	68	La# (4)	76	Fa # (5)	84	Re (6)
61	Do# (4)	69	Si (4)	77	Sol (5)	85	Re # (6)
62	Mi (4)	70	Do (5)	78	Sol # (5)	86	Mi (6)
63	Fa (4)	71	Do# (5)	79	La (5)	87	Fa (6)
64	Fa # (4)	72	Re (5)	80	La # (5)	88	Fa # (6)
65	Sol (4)	73	Re# (5)	81	Si (5)	89	Sol (6)
66	Sol# (4)	74	Mi (5)	82	Do (6)	90	Sol # (6)
67	La (4)	75	Fa (5)	83	Do # (6)	91	La (6)

*Entre paréntesis la
octava.

Tab 2

En la figura 6 encontramos otro tipo de graficación de la obra, esta vez en el ámbito de las alturas en notación MIDI (piano-roll). Podemos observar que la obra parte de una nota y el registro se va abriendo progresivamente, hasta llegar a al punto de mayor amplitud de registro que es el final de la pieza.

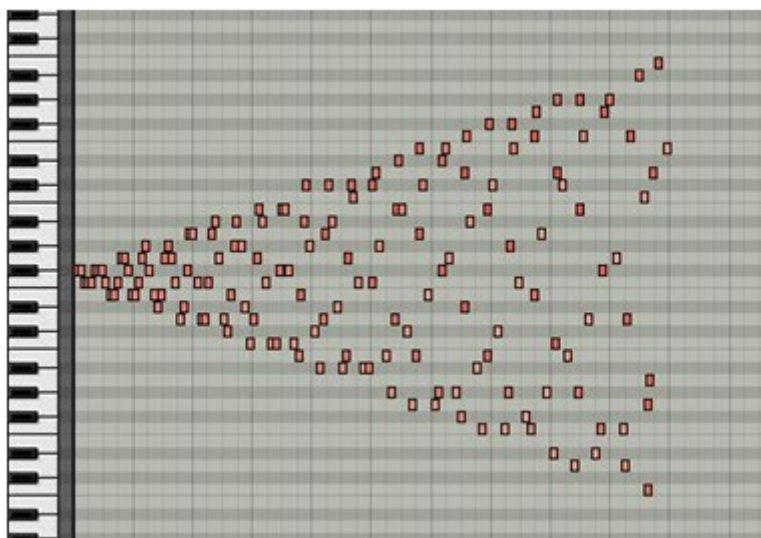


Fig. 6

De la misma manera en la figura 7 Notamos el mismo comportamiento con las duraciones, donde se comienza con la presentación de ritmos de igual duración y su desarrollo está basado en el ensanchamiento de los valores de duración.

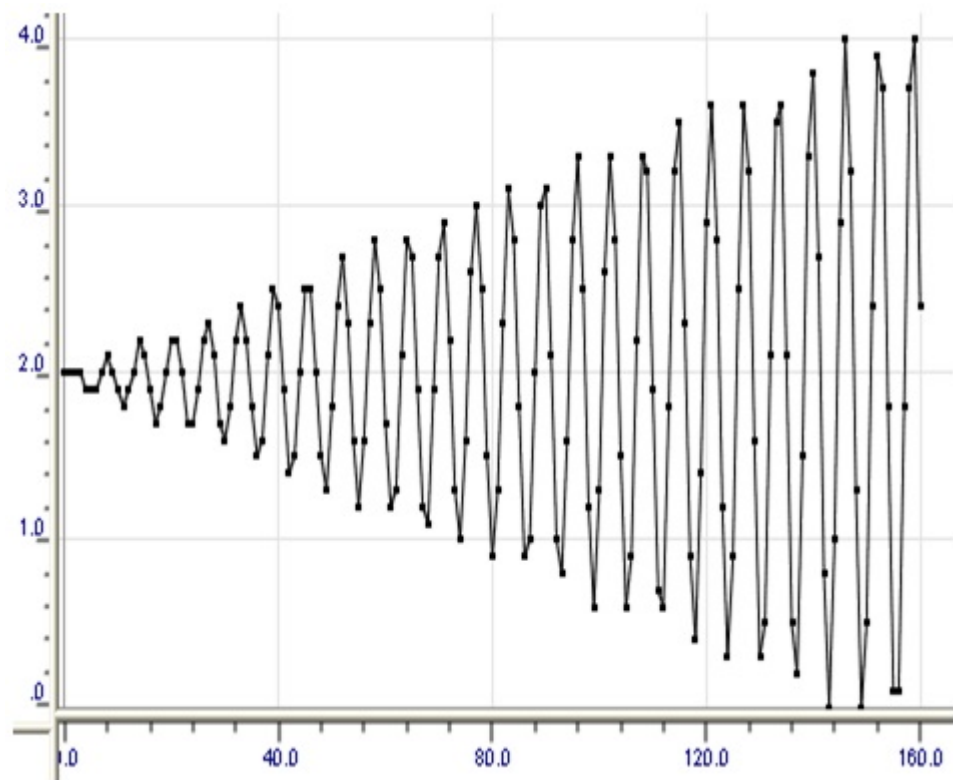


Fig. 7

Para trabajar el factor interpretativo se incluyeron técnicas extendidas de ejecución instrumental como el frulatto, tocado-cantado (al unísono y a la octava), glissando y el vibrato no convencional. El discurso dinámico de la obra responde a una estructura serial que se cruza con la de alturas y de duraciones dando una tercera dimensión a cada elemento musical. Cada vez que aparece una misma nota cambia su ejecución como se muestra en la siguiente tabla:

1º vez que aparece la nota	"FF" precedida de una respiración
2º vez que aparece la nota	"P" con regulador abriendo o cerrando según la dinámica siguiente
3º vez que aparece la nota	Tocado y cantado al unísono según la dinámica precedente
4º vez que aparece la nota	"PP"
5º vez que aparece la nota	"F" vibrato amplio y rápido
6º vez que aparece la nota	"P" cantado y tocado a la octava
7º vez que aparece la nota	"F" frulatto
8º vez que aparece la nota	MF" con regulador abriendo o cerrando según la dinámica siguiente.
9º vez que aparece la nota	"P" frulatto
10º vez que aparece la nota	"F" cantado y tocado a la octava
11º vez que aparece la nota	"F" con regulador abriendo o cerrando según la dinámica siguiente.
12º vez que aparece la nota	Glissando descendente
13º vez que aparece la nota	"FF" frulatto

Tab 3

Las respiraciones

Esta pieza está diseñada para un instrumento de viento y la respiración es un punto crítico de controlar ya que depende de factores fisiológicos y musicales a la vez. El hecho de respirar origina rupturas en el discurso sonoro, estas rupturas se aprovecharon para generar las segmentaciones sintácticas de la obra. Las respiraciones están marcadas en la partitura y anteceden la aparición de una nueva nota musical en el conjunto, se deben realizar así no sea fisiológicamente necesario ya que indica el comienzo de una nueva frase musical. Cada nueva nota se presenta en dinámica FF y con acento para reforzar la intención de una segmentación. También se incluyeron respiraciones alternativas en caso extremo que el instrumentista necesite tomarlas, aunque lo recomendable es seguir estrictamente las indicaciones marcadas para no perturbar la transmisión de la estructura musical.

Conclusión

La transformación de un proceso gráfico-matemático al lenguaje musical puede generar una obra musical racionalmente justificada desde el enfoque cuantitativo. En el proceso compositivo, tanto el dominio de las alturas como el de las duraciones fue desarrollado con un mecanismo de "ensanchamiento paramétrico"; dicho proceso expone una clara narrativa con inicio, un desarrollo y un fin derivado únicamente de sus cálculos estructurales. De esta manera, la obra resultante se podría considerar como un "MONOPROCESO" del material musical, donde la función matemática genera la narrativa de la obra musical.

Partitura de Speira

SPEÍRA

para flauta sola
a Manuel Rojas

Andante ♩ 80 aprox.

Antonio Gimenez-2015

The musical score for 'SPEIRA' is written for a solo flute in 4/4 time. It consists of six staves of music. The key signature has one sharp (F#). The tempo is marked 'Andante' with a metronome marking of approximately 80 beats per minute. The score includes various dynamics such as *ff* (fortissimo), *p* (piano), *f* (forte), *pp* (pianissimo), and *mf* (mezzo-forte). It also features articulations like accents, slurs, and breath marks (comma and comma with a dot). Performance instructions include 'vibrato amplio y rápido casi forzado' (wide and fast vibrato, almost forced) and 'glissando descendente' (descending glissando). The score is numbered 1 through 21 across the staves.

Notación:

- | | | | | | |
|--|------------------------------|--|--------------------------------------|--|-------------------------|
| | tocado y cantado a la octava | | frulatto | | respiración |
| | tocado y cantado al unisono | | vibrato amplio y rápido casi forzado | | respiración alternativa |
| | | | glissando descendente | | |

25 *f* *ff* *f* *p* *mf*

29 *f* *pp* *ff* *f* *pp* *ff* *pp*

33 *p* *ff* *f* *pp* *p* *f* *p*

37 *ff* *f* *pp* *pp*

41 *ff* *f* *ff* *p* *pp* *ff* *f*

45 *ff* *f* *ff* *f* *mf*

49 *p* *p* *f* *p* *ff*

Detailed description: This musical score consists of seven staves of music, numbered 25 to 49. The music is written in a single melodic line on a treble clef staff with a key signature of one sharp (F#). The notation includes various note values (quarter, eighth, sixteenth, and thirty-second notes), rests, and dynamic markings. Dynamics range from *pp* (pianissimo) to *ff* (fortissimo). Articulation includes accents, slurs, and fingerings (5, 3, 5). Ornamentation is used in measures 33, 41, 45, and 49, indicated by wavy lines above the notes. The score shows a complex interplay of dynamics and articulation throughout the passage.

53 *pp* *p* *ff* *p* *ff* *pp* *ff* *p*

57 *pp* *p* *f*

61 *p* *ff* *p* *pp*

65 *ff* *f* *ff* *f* *ff* *f* *p*

69 *f* *p* *pp* *f* *p* *f* *p*

74 *(p)* *mf* *pp* *ff*

77 *p* *ff* *pp* *ff* *pp*

The musical score consists of seven staves of music in treble clef, key of D major (two sharps). The notation includes various dynamics (pp, p, ff, f, mf, (p)), articulations (accents, slurs), and fingerings (3, 5). Some measures contain wavy lines indicating tremolos or rapid oscillations. The piece concludes with a double bar line at measure 77.

Referencias

- BOULEZ, Pierre. 1989. **Jalons**. París. Christian Bourgois Editeur.
- DE RIVIERA MENESES, Alberto. 2014. "Arquímedes el genio de Siracusa". Departamento de matemáticas de la Universidad Autónoma de Madrid. [en línea]. dirección URL: https://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/barcelo/historia/Arquimedes,%20el%20genio%20de%20Siracusa.pdf.
- GUARDIANI, Paolo. 2006. "Cartesian music representation system, music composition process using such system, and music processing and executing". [en línea]. dirección URL: <https://www.google.com/patents/WO2006129332A1?cl=en&dq=ininventor:%22Paolo+Guardiani%22&hl=en&sa=X&ei=jnWcVN7-MtW1sQTDz4CoAQ&ved=0CB0Q6AEwAA>.
- LACHENMANN, Helmut. 1996. **Musik als existentielle erfahrung**. Leipzig. Breitkopf & Härtel.
- LAURSON Mikael., KUUSKANKARE Milka. 2013. **The PWGL book**. Helsinki. University of the Arts. [en línea]. dirección URL: <http://www2.siba.fi/PWGL/downloads.html>
- ORTIZ DE ZÁRATE, Juan. 2004 "Brian Ferneyhough: Principios básicos de la estructuración rítmica de su música". *Revista Resonancias*-Pontificia Universidad Católica de Chile. 24: 13-22.
- SCHAEFFER, Pierre. 1966. **Traité des objets musicaux**. París. Editions du Seuil.